

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 9 - משוואת הרציפות

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים.....1

הרצאות ותרגילים:

שאלות:

1) קליפה כדורית עבה ומוליכה עם כדור קטן בתוכה

- קליפה כדורית מוליכה בעלת רדיוס פנימי $3R$ ורדיוס חיצוני $5R$ טעונה במטען Q . המוליכות הסגולית של הקליפה תלויה במרחק ממרכז הקליפה r לפי: $\sigma(r) = \sigma_0 \frac{r^2}{3R^2}$. בתוך החלל הפנימי של הקליפה נמצא כדור ברדיוס R עם מוליכות גבוהה מאוד ביחס למוליכות הקליפה. מרכז הכדור מתלכד עם מרכז הקליפה. חוט מוליך (עם מוליכות גבוהה מאוד גם כן) מחבר את הכדור אל מחוץ לקליפה דרך תעלה צרה בקליפה. דרך החוט המוליך טענו את הכדור במטען $-Q$, והמתינו עד שהמערכת התייצבה.
- א. כיצד מתפלג המטען על הכדור הפנימי וכיצד מתפלג המטען על הקליפה?
- חיברו את הכדור להארקה לזמן קצר מאוד. בגלל המוליכות הגבוהה של הכדור (ביחס לקליפה) הפוטנציאל בו הספיק להתאפס בעוד שהתפלגות המטען על הקליפה העבה עדיין לא השתנתה. נסמן ב- $t = 0$ את רגע הניתוק מההארקה.
- ב. מה המטען על הכדור ב- $t = 0$?
- ג. אם נמתין זמן מספיק ארוך כיצד יתפלג המטען במרחב?
- ד. חשב את השדה החשמלי במרחב כתלות במקום ובזמן.
- ה. חשב את צפיפות המטען הנפחית כתלות במקום ובזמן בקליפה המוליכה.
- ו. שרטט גרף של צפיפות המטען בקליפה ב- $r = 4R$ כתלות בזמן.
- ז. חשב את צפיפות המטען המשטחית על הדופן הפנימית ועל הדופן החיצונית של הקליפה והשווה לסעיף ג'.
- ח. הראה כי הספק החום המתפתח במוליך הוא: $\iiint \sigma(r) E^2(r, t) dv$.
- ט. הראה כי האנרגיה הכוללת שהפכה לחום בקליפה שווה לשינוי באנרגיה האלקטרוסטטית של המערכת.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. פנימי: } \eta(R) = \frac{-Q}{4\pi R^2}, \text{ קליפה: } \eta(5R) = 0, \eta(3R) = \frac{Q}{4\pi(3R)^2}.$$

$$\text{ב. } q^? = -\frac{Q}{3}.$$

$$\text{ג. } \rho = 0, \eta(5R) = \frac{\frac{2Q}{3}}{4\pi(5R)^2}, \eta(3R) = \frac{\frac{Q}{3}}{4\pi(3R)^2}, \eta(R) = \frac{\frac{-Q}{3}}{4\pi R^2}.$$

$$\text{ד. } E(r,t) = \frac{2KQ}{3r^2} \cdot e^{-\frac{\sigma(r)t}{\epsilon_0}}.$$

$$\text{ה. } \rho(r,t) = -\frac{4KQ\sigma_0 t}{9R^2 r} e^{-\frac{\sigma(r)t}{\epsilon_0}}.$$

ו. שרטוט:



$$\text{ז. } \eta(3R,t) = \frac{Q}{4\pi \cdot 27R^2} \left(e^{-\frac{3\sigma_0 t}{\epsilon_0}} + 1 \right), \eta(5R,t) = \frac{2Q}{4\pi \cdot 75R^2} \left(1 - e^{-\frac{25\sigma_0 t}{3\epsilon_0}} \right).$$

ח. הוכחה.

ט. הוכחה.